

Curso Cero

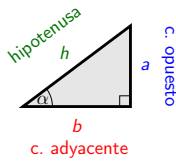
Curso 2025/26

Pedro José Hernando Oter



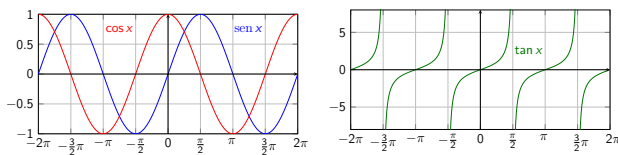
Departamento de Matemáticas Universidad Carlos III de Madrid

Funciones Trigonométricas

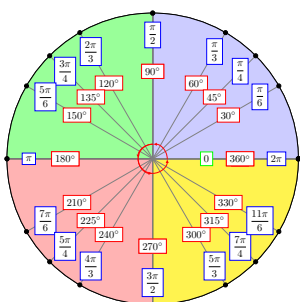


Nombre Función	Abreviatura	Definición
seno $\alpha$	$\text{sen } \alpha$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$
coseno $\alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$
tangente $\alpha$	$\text{tan } \alpha$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{a}{b}$

Funciones Trigonométricas



Relaciones Trigonométricas Básicas



Cuad. 2:  $\begin{cases} \text{sen}(x) = \text{sen}(\pi - x) \\ \text{cos}(x) = -\text{cos}(\pi - x) \\ \text{tan}(x) = -\text{tan}(\pi - x) \end{cases}$

Cuad. 3:  $\begin{cases} \text{sen}(x) = -\text{sen}(\pi + x) \\ \text{cos}(x) = -\text{cos}(\pi + x) \\ \text{tan}(x) = \text{tan}(\pi + x) \end{cases}$

Cuad. 4:  $\begin{cases} \text{sen}(x) = -\text{sen}(-x) \\ \text{cos}(x) = \text{cos}(-x) \\ \text{tan}(x) = -\text{tan}(-x) \end{cases}$

Tema 4

Funciones Trigonométricas

- Definiciones
- Radianes
- Funciones Trigonométricas
- Fórmulas Básicas
- Ecuaciones Trigonométricas

Funciones Trigonométricas

Radián

Un **radián** es el ángulo central de una circunferencia que abarca un arco cuya longitud es igual al radio.

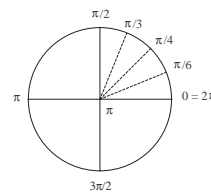
$1 \text{ radián} = \frac{360}{2\pi} \text{ grados} \approx 57.3^\circ$

$2\pi \text{ rad} = 360^\circ \implies \left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \rightarrow 2\pi \\ \text{grad} \rightarrow \text{rad} \end{array} \right\} \implies \text{rad} = \frac{(\text{grad}) \times \pi}{180}$

Trigonometría: Radianes

$2\pi \text{ Radianes} = 360^\circ \implies \text{rad} = \frac{(\text{grados}) \times 2\pi}{360}$

Tabla de Valores Trigonométricos (1er Cuadrante)



Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
Grados	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sen	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
tan	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$

Relaciones Trigonométricas Básicas

Relación Fundamental y Derivadas de ella

•  $a^2 + b^2 = h^2$  (Teorema Pitágoras) •  $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

$\text{tan}^2 x + 1 = \frac{1}{\text{cos}^2 x}$

Ángulo Suma, Resta y Doble

•  $\text{sen}(x \pm y) = \text{sen } x \text{ cos } y \pm \text{cos } x \text{ sen } y$  •  $\text{sen}(2x) = 2 \text{ sen } x \text{ cos } x$

•  $\text{cos}(x \pm y) = \text{cos } x \text{ cos } y \mp \text{sen } x \text{ sen } y$  •  $\text{cos}(2x) = \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x$

Ecuaciones Trigonómicas

Ecuaciones Trigonómicas

Son aquellas en las que la incógnita aparece en el argumento de funciones trigonométricas:  $\text{sen}$ ,  $\text{cos}$ ,  $\text{tan}$ , ...

Ejemplo:  $\text{sen } P(x) + \text{cos}^2 Q(x) = R(x)$

Resolución

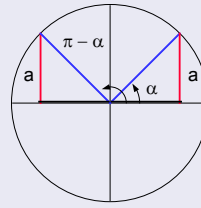
Hay que utilizar transformaciones trigonométricas hasta que la solución es alguna de las siguientes formas:

Ecuaciones Trigonómicas

Forma 1:  $\text{sen } x = a$  con  $a \in [-1, 1]$

$$\text{sen } x = a \xrightarrow{\text{Tabla}} x = \alpha$$

Si  $x = \alpha$  es una solución de esta ecuación con  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ , entonces todas las posibles soluciones serán:



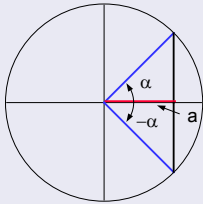
$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = (\pi - \alpha) + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ecuaciones Trigonómicas

Forma 2:  $\text{cos } x = a$  con  $a \in [-1, 1]$

$$\text{cos } x = a \xrightarrow{\text{Tabla}} x = \alpha$$

Si  $x = \alpha$  es una solución de esta ecuación con  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , entonces todas las posibles soluciones serán:



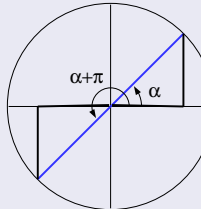
$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ecuaciones Trigonómicas

Forma 3:  $\text{tan } x = a$  con  $a \in \mathbb{R}$

$$\text{tan } x = a \xrightarrow{\text{Tabla}} x = \alpha$$

Si  $x = \alpha$  es una solución de esta ecuación con  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , entonces todas las posibles soluciones serán:



$$x = \alpha + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$